

## 火山地域における震源計算についての提案

西 潔\*・石原和弘\*\*

(2003年2月3日受付, 2003年8月14日受理)

## A Proposal of Hypocenter Calculation for Volcanic Regions

Kiyoshi NISHI\* and Kazuhiro ISHIHARA\*\*

A new scheme for hypocenter calculation is proposed for volcanic regions. The scheme finds the global minimum of the travel time residual, and the resulting solution is more stable than that from the conventional Geiger's method, especially when the number of observations is small or the station distribution is unsuited. In the first step (Step 1) of this scheme, the target area is parameterized by the node. The node distance depends on the heterogeneity of the velocity structure; usually about 0.3–1 km is sufficient. Travel times between nodes and stations are stored. In the first half of the second step (Step 2A), a node is sought that minimizes the sum of squares of the travel time residuals for the event. By changing the depth of this node, a set of initial hypocenter candidates is generated. In the following step (Step 2B), with these candidates for the initial hypocenter, precise locations of the event are obtained by nonlinear calculations using the simplex method. The hypocenter with minimum travel time residual is then selected as the most probable hypocenter. For the travel time calculation, the 3-D robust seismic ray tracer known as Fermat (Nishi, 2001) is used. If the velocity structure and the locations of the observation stations do not change, the results of Step 1 are effective for all events. Consequently, repetitions of only Step 2A and 2B are sufficient for every event. Successful outcomes of calculation using synthetic and actual data are obtained with practicable CPU times.

**Key words:** nonlinear hypocenter calculation, initial hypocenter, simplex method

## 1. はじめに

震源分布は応力の集中場所を反映しているので、火山地域の場合はマグマの滞留場所や移動経路を含む火山体の構造に関する情報を含んでいる。また、震源分布の時間的な変化はマグマ活動の時間的な変化を示しており火山活動の推移を見極めるうえで重要である。

近年、高度に発達した半導体素子と通信網およびGPSシステムを利用することにより火山地域における地震波形取得能力は質・量共に飛躍的に向上した(例えば, Iguchi, 1991; 森田・浜口, 1996)。しかし、火山地域にお

いては地形上の制約からこれらの装置をもってしてもデータの取得及び送信が不可能なことがあり、地震計を震源決定上望ましい場所、すなわち震源を取り囲む場所に配置することが困難な場合がある。また、十分な数の観測点を設置できない場合もある。さらに、火山性地震は構造性の地震と比較すると震源が浅く、規模も小さいものが多い。したがって、観測点を多く配置しても震源計算に使えるデータ数はすくなくなる。このように拘束条件が弱くなると、線形化により行列演算を伴うGeiger法による震源計算では解が不安定となり発散や振動が起きる(例えば, Sambridge and Kennett, 1986)。

行列演算を伴わない非線形震源計算法としてシンプレックス法がよく用いられるが(例えば, Prugger and Gendzwil, 1988; 西, 2001)、計算には初期震源を必要とする。震源計算の対象領域内にlocal minimumが存在する場合、初期震源が適切でないとき解がlocal minimumに収束してしまう危険性がある(例えば, Prugger and Gendzwil, 1988)。この点を解決するため、本稿では複数の最適初期震源候補を用いてシンプレックス法による非線形震源計算を行い、その結果の中から最適震源を選び

\* 〒606-8223 京都市左京区田中東樋ノ口町 24-2  
24-2 Tanaka Higashi Hinokuchi-cho, Sakyo-ku,  
Kyoto 606-8223, Japan.

\*\* 〒891-1419 鹿児島県鹿児島郡桜島町横山  
京都大学防災研究所附属火山活動研究センター  
Sakurajima Volcano Research Center, Disaster  
Prevention Research Institute, Kyoto University,  
Sakurajima, Kagoshima 891-1419, Japan.

出して最終結果とする計算スキームを提案する。

震源と観測点の走時計算には Nishi (2001) による、火山地域の 3 次元速度構造に対応した波線追跡法を用いる。この波線追跡法は Fermat と命名されているので、本震源計算スキームを HypoFermat 法と称する。

## 2. HypoFermat 法による震源決定

HypoFermat 法は Step 1 と Step 2 で構成される。Step 1 は震源計算領域内に node を設定し、各 node と観測点間の計算走時、波線経路を求め格納する。この node は初期震源候補として、また node の点列は波線経路の近似として、用いられる。Step 2 は、Step 1 の結果と event 毎の初動データから初期震源を求める Step 2A と、初期震源を用いて非線形震源計算を行い真の震源を見つける Step 2B からなる。

速度構造と観測点座標が変わらない限り Step 1 の結果は全ての event に共通であるから、Step 1 は最初に一回だけ実行すればよい。処理の流れを Fig. 1 に示した。各 Step の具体的な内容を以下に示す。

### 2-1 領域のパラメータ化と走時計算 (Step 1)

1) 対象領域をブロックに分割し、稜線上に node を設定する。最適の node 間隔は速度構造の不均質の程度によるが、通常はブロックサイズ 1 km 程度、node 数は

頂点を含めた 2~4 個程度で良い。Node の間隔としては、0.3~1 km 程度である。

2) 速度構造をブロックの頂点 (格子点) に付与した値あるいは  $V=f(x, y, z)$  で与える。ここで  $V$  は座標  $(x, y, z)$  における地震波速度である。

3) 観測点と node 間の、P 波と S 波の走時と波線経路を、地震波線追跡法 Fermat (Nishi, 2001) の前半の手法を用いて求める。この方法ではまず全ブロックについて、同一ブロック上にある全ての node 間で走時を計算する。次にそれらの足し合わせとして観測点と任意の node 間の走時を表現し、複数ある経路の中から走時が最小となるものを初期波線経路として採用する。

こうして得られた走時及び波線は保存され、走時は Step 2A において初期震源の探索に、また波線経路は Step 2B において node 以外の任意の点と観測点間の走時を求める際に、それぞれ用いられる。波線経路は node の点列で近似されるので、波線経路の保存は、波線経路を表す node の接続の順番を保存しておくことで達成される。

速度構造が一次元成層構造で与えられる場合には効率を考慮して波線追跡法 Fermat の代わりに通常のスネル (Snell) の法則を用いて走時を求める。これは Step 2B における震源計算においても同様である。

### 2-2 初期震源候補の自動探索 (Step 2A)

1) 観測点  $i$  の P 波初動時刻  $T_i^{obs}$  は、観測走時を  $t_i^{obs}$ 、発震時を  $T$  とすると

$$T_i^{obs} = t_i^{obs} + T \quad (1)$$

である。ここで、 $i=1 \sim n_p$ 、 $n_p$ : P 波初動データの個数。

発震時  $T$  に代わる reference time  $T_0^{obs}$  を P 波初動時刻の平均値で定義すると (Prugger and Gendzwil, 1988), (2) 式が得られる。

$$T_0^{obs} = \left( \sum_{i=1}^{n_p} T_i^{obs} \right) / n_p = \left( \sum_{i=1}^{n_p} t_i^{obs} \right) / n_p + T \quad (2)$$

次に  $T_0^{obs}$  に準拠した観測走時  $\tau_i^{obs}$  を (3) 式で定義する。

$$\tau_i^{obs} = T_i^{obs} - T_0^{obs} \quad (3)$$

(1), (2), (3) より

$$\tau_i^{obs} = T_i^{obs} - \left( \sum_{i=1}^{n_p} T_i^{obs} \right) / n_p = t_i^{obs} - \left( \sum_{i=1}^{n_p} t_i^{obs} \right) / n_p \quad (4)$$

を得る。

Reference time を用いることにより以後の計算において未知数は  $(x, y, z)$  の 3 個である。発震時  $T$  は震源が確定した後、次式 (5) によって求めることができる。

$$T = \left( \sum_{i=1}^{n_p} (T_i^{obs} - t_i^{cal}) \right) / n_p \quad (5)$$

ここで、 $t_i^{cal}$  は震源と観測点  $i$  の間の計算走時である。

2) S 波時刻  $S_i^{obs}$  の読みとり値がある場合は S-P 時間

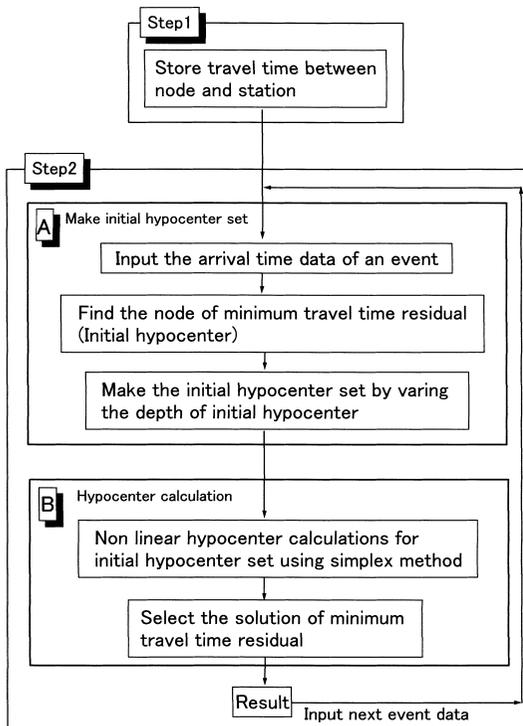


Fig. 1. General flow of calculation scheme.

$SP_i^{obs}$ を(6)式で求める.

$$SP_i^{obs} = S_i^{obs} - T_i^{obs} \quad (i=1 \sim n_s) \quad (6)$$

ここで  $n_s$  は S 波時刻の観測データ数である.

3) Step 1 により node  $j$  から観測点  $i$  までの計算走時  $t_{ij}^{cal}$  が得られる. (4) 式は観測値 (obs) を計算値 (cal) と置き換えても成立するので, node  $j$  と観測点  $i$  間について, reference time に準拠した計算走時  $\tau_{ij}^{cal}$  を  $t_{ij}^{cal}$  を用いて表すことができる. すなわち, (4) 式より次式 (7) 式が得られる.

$$\tau_{ij}^{cal} = t_{ij}^{cal} - \left( \sum_{i=1}^{n_p} t_{ij}^{cal} \right) / n_p \quad (7)$$

4) Step 1 の結果を用い, node  $j$  と観測点  $i$  間について 2) に対応する S-P 時間  $SP_{ij}^{cal}$  を求める.

5) node  $j$  について, reference time に準拠した P 波走時残差の 2 乗と S-P 時間残差の 2 乗和  $E_j$  を求める.

$$E_j = \sum_{i=1}^{n_p} (\tau_i^{obs} - \tau_{ij}^{cal})^2 + k \sum_{i=1}^{n_s} (sp_i^{obs} - sp_{ij}^{cal})^2 \quad (8)$$

ここで  $k$  は S 波の読みとり精度に対する重みで通常 1.0 以下の値を与える.

6)  $E_j$  を最小値にする node  $j$  を求めその node の座標を初期震源とする.

震源が node と node の中間に近い場合には, 6) で求まる node は震源の深さ方向には最寄の node とはならない場合がある. これは, 観測点間の標高の差が観測点の水平方向の広がり比べて一般に小さいため, 深さ方向の分解が悪いことによる. 走時残差のコンターは深さ方向に伸びた形となり, 間隔の粗い node 分布では震源に最寄の node の残差が必ずしも最小とはならない場合である. このため, 6) で得られる node の座標から深さを変えた複数の初期震源を作成し, 次の Step 2B に渡す.

### 2-3 Simplex 法による非線形震源計算 (Step 2B)

Step 2A で得られる初期震源の座標は水平方向に関しては node の座標として得られるので, node 間隔以下の分解能はない. Step 2B では, 初期震源の周りの領域において, P 波走時残差の 2 乗と S-P 時間残差の 2 乗和をさらに減少させて最小とする点, すなわち求める震源を探索する.

一般にある関数を最小にするパラメータを探索する方法は最適化 (optimization) 問題として研究され, 多種多様な方法が考案されている. この中で, シンプレックス法 (Nelder and Mead, 1965; Press *et al.*, 1992) は微分演算を要せず安定した解が得られるのでよく用いられる. 震源決定の概要を次に示す.

1) 初期震源の近傍 (Step 1 におけるブロックサイズ程度) に初期震源を重心とする任意の 4 点を設定する.

2) この 4 点にシンプレックス法を適用し (例えば,

Prugger and Gendzwil, 1988), 震源  $(x, y, z)$  を探索する.

3) 震源探索に必要なとなる任意の点 P から観測点までの走時は次のようにして求める. 先ず点 P に直近の node を求める. この node から観測点に至る最短経路は Step 1 で得られ保存されている. この経路に P の座標を加え, 点 P から観測点に至る経路 (node 座標の列) を得る. この経路は node に拘束された点列である. この点列にもシンプレックス法を適用し (Nishi, 2001), 走時が最小となる経路と走時を求める.

4) 震源が得られた後, 発震時  $T$  を (5) 式を用いて求める.

5) Step 2A から渡された, 深さの異なる数個程度の初期震源について 1)~4) を行い, 最小の走時残差 2 乗和を与える震源を最終結果とする.

## 3. HypoFermat 法による計算例

前節で述べた計算スキームを Fortran (F90) を用いてコード化し, 走時残差に Local minimum がある場合の震源決定 (均質 2 層構造, synthetic データ), 観測点が少ない場合の震源決定 (均質 2 層構造, 実データ), 人工地震の震源決定 (3 次元速度構造, 実データ) に適用し性能を確認した.

### 3-1 走時残差に local minimum がある例

走時残差に local minimum がある場合の震源計算例を, 震源計算結果と走時残差の root mean square (rms) のコンターとともに Fig. 2 に示した.

速度構造は標高 0.0 km に不連続面を持つ均質 2 層構造で, 第 1 層と 2 層の P 波速度はそれぞれ 2.0 km/s と 4.0 km/s, また 2 層とも P 波と S 波の速度比を 1.60 とした. 震源位置を  $(-0.5, -0.5, -0.5)$  に設定し (+印), 観測点 (■印) までの走時を求め観測値とした. 観測値は観測点 A が P 波と S 波の到達時刻, 他の 3 観測点は P 波の到達時刻のみとした.

真の震源の下方 2.9 km に顕著な local minimum (Fig. 2(b), □印) があるため, 初期震源が適切でない場合 (例えば, 初期震源の深さが 0.0 km 以深の場合) には local minimum  $(-0.66, -0.39, 2.40)$  に収束してしまう. 一方, 最適な初期震源が与えられる HypoFermat 法では, 浅い方の真の震源に収束させることができる.

### 3-2 Merapi 火山における例

Merapi 火山はインドネシアの火山の中でも活動度の高い活火山で, VSI (Volcanological Survey of Indonesia) によって観測と研究が実施されている. 1991 年における VSI の地震観測で明瞭に P 波初動が読み取れた観測点は Fig. 3 に示すように 4 点であった. 山頂火口に最も近い PUS 点が 3 成分地震計で, 他の点は上下動地震計が設置

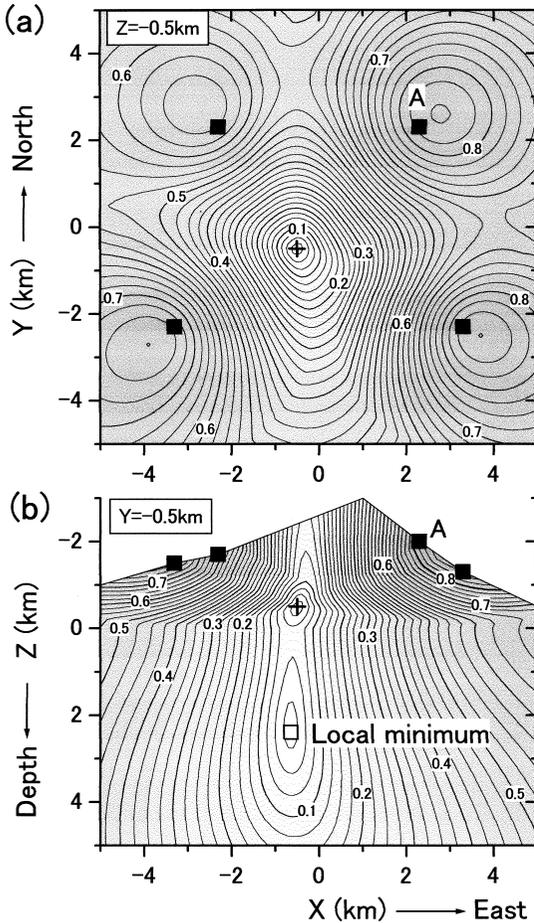


Fig. 2. Contours of root mean square (rms) of travel time residual for synthetic data. Contour interval is 0.025 seconds. Solid square indicates the location of the station. Plus mark and blank square indicate the location of true hypocenter and the local minimum of rms of travel time residual respectively.

(a) Horizontal cross section at  $Z = -0.5$  km.  
 (b) Vertical cross section at  $Y = -0.5$  km in Fig. 2(a).

されていた。したがって、震源決定に用いることができる読み取り値の数はP波が4、S波が1の合計5であった。今回は1991年1月18日に発生した火山性地震の着震時データにGeiger法とHypoFermat法を適用し、結果を比較した。

用いた速度構造は標高0.0 kmに不連続面をもつ均質2層構造で、第1層と2層のP波速度をそれぞれ2.7 km/s, 3.5 km/sとし、また、2層ともP波とS波の速度比を1.86とした。震源計算結果を走時残差のrmsのコンターとともにFig. 4に示した。Geiger法による震源の

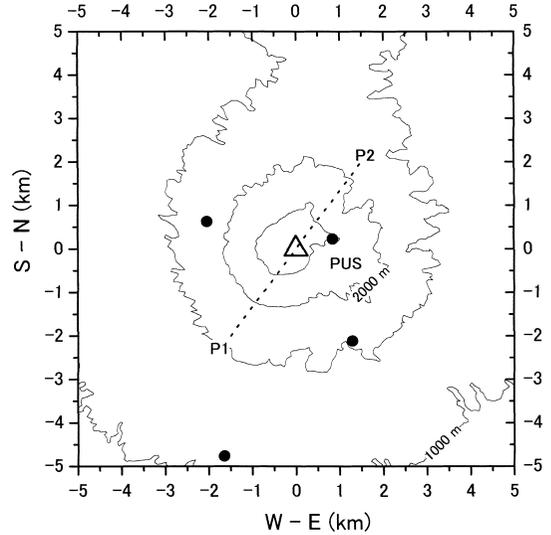


Fig. 3. Locations of stations (solid dots) at Merapi Volcano in 1991. Triangle indicates the summit of Merapi volcano. Dotted line between  $P_1$  and  $P_2$  indicates the location of vertical cross section cutting the determined epicenters (see caption in Fig. 4). Contour interval of altitude is 500 meter.

うち、収束する震源と振動する震源をそれぞれ□と■で示し、HypoFermat法による震源を+で示した。

Fig. 4(c)はGeiger法による震源とHypoFermat法による震源を通る垂直断面である。断面図の走時残差コンターからは、観測点が少ないために拘束条件が弱く、残差の小さい領域が上下方向に広い範囲に分布していることがわかる。このため、Geiger法では震源位置を正しく求められなかった。また、正しい震源に近い初期値を与えた場合でも、解は振動し正しい震源は求められなかった。この場合、dampingを加えることによって振動は抑えられるが、dampingの値に関しては震源要素のresolutionを低下させないように注意深く選ぶ必要があるとされている(例えば、Sambridge and Kennett, 1986)。

一方、HypoFermat法では、与えられた計算スキームだけで、走時残差が最小となる位置を正しく求めていることが分る(Fig. 4(b), (c)の+印)。

### 3-3 霧島火山における人工地震の震源決定例

3次元速度構造における計算例を1994年に実施された霧島火山における構造探査(鍵山・他, 1995)により得られたデータを用いて示す。震源は人工地震であるから、計算の結果を震源パラメータの実測値と比較することができる。今回の計算にはFig. 5に示した観測点、発破点のみを用いた。3次元速度構造は西(1997)によるP

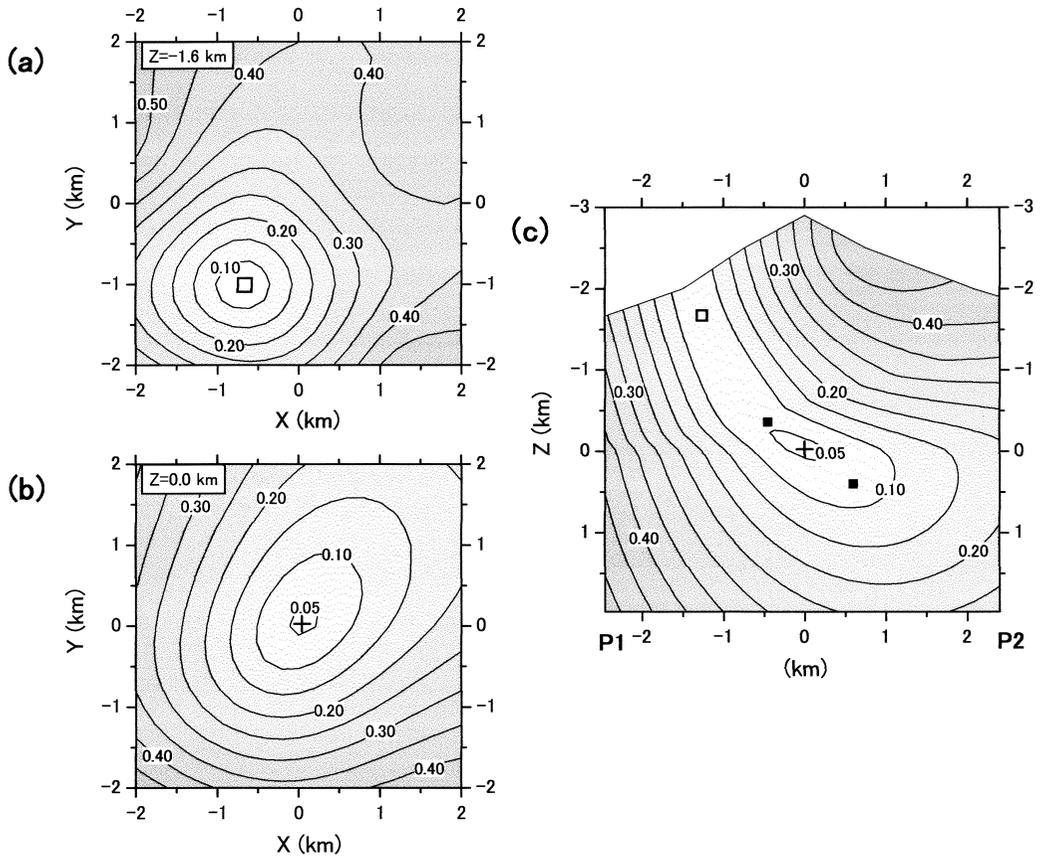


Fig. 4. Contours of rms of travel time residual for volcanic earthquake at Merapi Volcano. Contour interval is 0.05 seconds.

(a) Horizontal cross section at  $Z = -1.6$  km. Open square indicates the location of epicenter calculated by Geiger's method with incorrect initial hypocenter. (b) Horizontal cross section at altitude 0.0 km. Cross mark indicates the location of epicenter calculated by the HypoFermat method (this study). (c) Vertical cross section at the dotted line shown in Fig. 3, cutting the epicenters determined by the HypoFermat and Geiger's methods. Cross mark indicates the location of epicenter calculated by the HypoFermat method. Open square indicates the location of epicenter calculated by Geiger's method with incorrect initial hypocenter. Solid squares indicate the oscillatory locations of hypocenter calculated by Geiger's method with correct initial hypocenter.

波速度構造を用いた。

HypoFermat法とGeiger法の結果をTable 1に示した。Geiger法としてはThurber (1983)のSIMUL3に内蔵されている震源計算部分を用いた。これは初期値に対する補正値を特異値分解(SVD)によって求めるもので成分ごとの固有値が設定値以下の場合はその成分の補正を行わないことにより解を安定化している。Table 1に示されるように、Geiger法では初期震源の位置が適切でないと正解が得られない。

これに対して、HypoFermat法では初期震源を人の手で与えることなしに、Geiger法の正解と同等かそれ以上の精度で震源が求められていることがわかる。

走時残差のrmsの分布をFig. 6に示した。Fig. 6(a)はrmsの深さ0 kmにおける水平分布である。白丸と×印はGeiger法で正解が得られた場合と得られなかった場合の初期値の位置をそれぞれ示す。発震時の初期値は発破時刻(鍵山・他, 1995)とした。初期震源の位置が真の震源から離れると正解が得られにくい傾向が認められる。これは、深さ方向成分の固有値が許容値未満となることが多く、初期値からの補正が行われないためである。Fig. 6(b), (c)に示した垂直断面における走時残差のrms分布は、震源周辺を除いてコンターが深さ方向に開いていて深さ方向に対しての拘束条件が弱いことを示している。

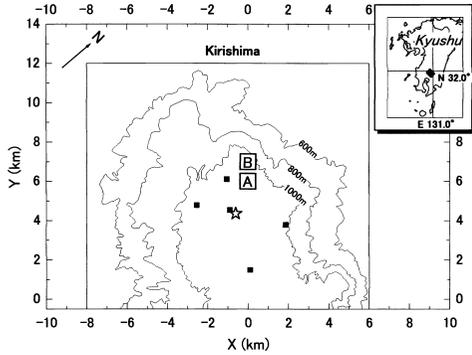


Fig. 5. Locations of stations (solid squares) and controlled event (open star) at Kirishima Volcano in 1994. Open squares A and B indicate the initial hypocenters for Geiger's method. The results of calculations for A and B are shown in Table 1. Rectangle shows the target area for hypocenter calculation.

Table 1. Comparative test of Geiger's method and the HypoFermat method by the data of controlled event at Kirishima Volcano.

		Initial hypocenter				Results of calculation				Difference from measured value			
		Hypocenter		Origin time		Hypocenter		Origin time		Hypocenter		Origin time	
		X(km)	Y(km)	Z(km)	T(sec)	X(km)	Y(km)	Z(km)	T(sec)	$\Delta$ X(km)	$\Delta$ Y(km)	$\Delta$ Z(km)	$\Delta$ T(sec)
Geiger	*A	0.0	6.0	0.0	5.258	-0.622	4.188	-0.900	5.251	0.002	-0.171	0.267	-0.007
	*B	1.0	6.0	0.0	5.258	3.547	-8.603	0.000	6.528	4.173	-12.962	1.167	1.270
HypoFermat		not required				-0.611	4.195	-0.947	5.256	0.015	-0.165	0.220	-0.002

True (measured) focal elements are X= -0.626 km, Y= 4.359 km, Z= -1.167 km and T=5.258 s. (After Kagiya et al.,1995)

\*1 and \*2 : Location is shown in Fig.4 by open square of A and B respectively

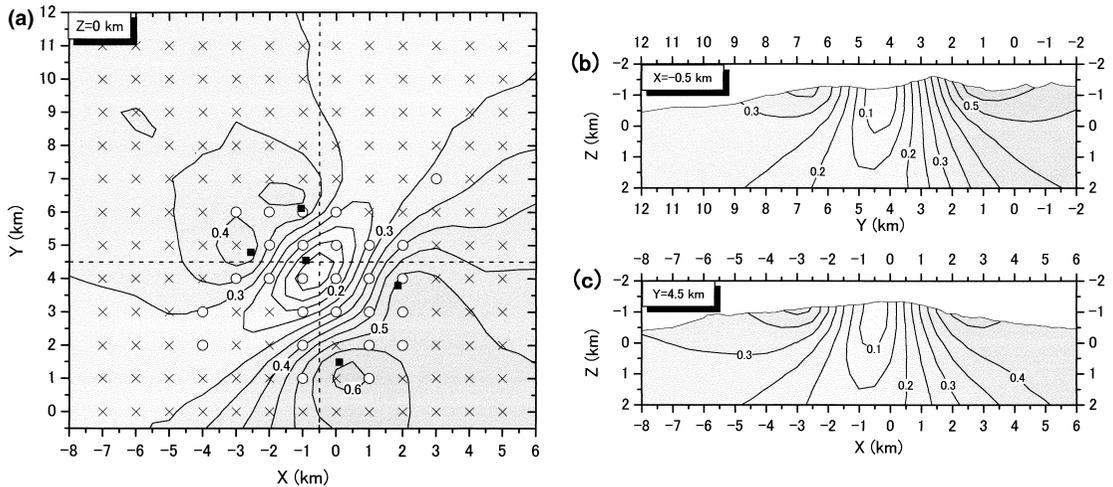


Fig. 6. Contours of rms of travel time residual for the controlled event at Kirishima Volcano in 1994. Contour interval is 0.05 seconds.

(a) Cross section at  $Z=0.0$  km. Solid squares show the locations of the stations. White small circles and cross marks indicate the locations of initial hypocenters for Geiger's method. From the initial hypocenter indicated by white small circle, reasonable result is obtained whereas from the initial hypocenter indicated by cross mark, reasonable solution is not obtained. Dotted lines indicate the location of the vertical cross section shown in Fig. 5 (b) and (c). (b) Cross section at  $X=-0.5$  km in Fig. 6(a). (c) Cross section at  $Y=4.5$  km in Fig. 6(a).

### 3-4 計算時間

実データを用いた例について、Step 1とStep 2に要する計算時間をTable 2に示した。Step 1は対象領域内の全てのnodeと各観測点間の走時を求めるため計算時間を要するが、すでに述べたように一度計算をしておけばよい。計算時間はTable 2に示されるように実用的な範囲にあるといえる。個々のeventごとに行うStep 2の計算時間をGeiger法と比較してみると、1次元の均質構造でおよそ数十倍以下、3次元構造でおよそ数百倍以下である。数百倍となるのはGeiger法が本来高速である為であり、実時間としては許容の範囲といえる。

計算機の処理速度は加速度的に向上している。計算時間の多少はさほど問題ではなく、計算精度が良いことが重要である。

Table 2. Examples of CPU time for Step 1 and Step 2.

Velocity structure	Dimension of target area			CPU time <sup>*1</sup>		Example
	X(km)	Y(km)	Z(km)	Step 1 sec/station	Step 2 sec/event	
1-D Layer for P & S waves	10	10	8	1	1> <sup>*3</sup>	Area is shown in Fig. 3
	20	20	20	25	1> <sup>*3</sup>	
3-D Grid <sup>*2</sup> for P wave	14	12.5	4	30	45 <sup>*4</sup>	Area is shown in Fig. 5
	20	20	20	1200	55 <sup>*4</sup>	

\*1: 450(SPECfp2000) with 512MB

\*2: block size is 1km and one node between the vertexes on the edge

\*3: by 4 stations

\*4: by 11 stations

#### 4. ま と め

火山地域における震源計算に適した方法として、複数の最適初期震源候補を自動探索した後、シンプレックス法による非線形震源計算を行い、最適震源を求める計算スキーム、HypoFermat法を提案した。走時は波線追跡法にFermatを用いて求めるので、高度に不均質な速度構造に対応できる。また非線形の震源計算のため、マトリックス演算に伴う不安定性を回避した結果が得られる。

HypoFermat法の有効性を確認するため、1次元速度構造におけるSyntheticデータと実データ、また3次元速度構造における実データを用いてGeiger法との比較を行った。その結果、HypoFermat法の解には初期値依存性がないこと、さらに観測点数が少なく拘束条件が弱い場合にも安定した解が得られることが示された。

#### 謝 辞

メラピ火山のデータ使用に関してRatdomopurbo博士(VSI)にお礼申し上げます。二人の匿名査読者と編集担当の東北大学後藤章夫博士からは本稿の改善に役立つ多くの重要なコメントを頂きました。深く感謝します。

#### 引用文献

Iguchi, M. (1991) Geophysical data collection using an interactive personal computer system (part 1)—Experimental monitoring at Suwanosejima volcano—. *Bull.*

*Volcanol. Soc. Japan*, **36**, 335–343.

鍵山・他 68名 (1995) 霧島火山群における人工地震探査—観測及び初動の読みとり—. *震研彙報*, **70**, 33–60.

森田裕一・浜口博之 (1996) 火山体構造探査のための高精度小型データロガーの開発. *火山*, **41**, 127–139.

Nelder, J. A. and Mead, R. (1965) A simplex method for function minimization. *Computer J.*, **7**, 308–313.

西 潔 (1997) 構造探査データを用いた霧島火山体浅部の3D速度構造. *火山*, **42**, 165–170.

西 潔 (2001) 火山体浅部の地震波速度構造解明のための手法—火山地域用3次元地震波線追跡法および非線形震源決定法の開発—. 京都大学防災研究所研究集会「火山の浅部構造と火山流体」報告書 (12K-3), 61–69.

Nishi, K. (2001) A three dimensional robust seismic ray tracer for volcanic regions. *Earth Planets Space*, **53**, 101–109.

Press, W. H., Teukolsky, S. A., Vetterling, W. T. and Flannery, B. P. (1992) **Numerical Recipes in Fortran, Second Edition**. Cambridge University Press, 402 p.

Prugger, A. F. and Gendzwil, D. J. (1988) Microearthquake location: A nonlinear approach that makes use of a simplex stepping procedure. *Bull. Seism. Soc. Am.*, **78**, 799–815.

Sambridge, M. S. and Kennett, B. L. N. (1986) A novel method of hypocenter location. *Geophys. J. R. Astr. Soc.*, **87**, 679–697.

Thurber, C. (1983) Earthquake location and three-dimensional crustal structure in the Coyote lake area, central California. *J. Geophys. Res.*, **88**, 8226–8236.

(編集担当 後藤章夫)